

חומר התיאור - תרגיל 6

- שאלה 1. יהי M R -מודול ימני ויהי $x \in M$.
- (א) הוכיחו כי $\text{Ann}_R x = \{r \in R : xr = 0\}$ הוא אידיאל ימני של R .
- (ב) הוכיחו כי $R/\text{Ann}_R x \cong xR$ (כ- R -מודולים).

- שאלה 2. יהי G חבורה לא אבליה עם 8 איברים, D_4 . כמה חצרות אלו פניקולר יש ל- G מעל השדה $\mathbb{C}$? מה המימד של אחת מהן? הוכיחו את קבוצתכם. (אין צורך למצוא את החצרות).

- שאלה 3. יהי R חוג ויהי $a \in R$. (כתיב $\bar{a} = a + \text{Jac } R \in R/\text{Jac } R$).
- הוכיחו כי אם $\bar{a}$ הפיך ב- $R/\text{Jac } R$, אז a הפיך ב- R .
(נמס: נניח $b \in R$ כך ש- $ba \equiv ab \equiv 1 \pmod{\text{Jac } R}$).

- שאלה 4. יהי F שדה ויהי $R = \begin{bmatrix} F & F & F \\ F & F & F \\ 0 & 0 & F \end{bmatrix}$. מצאו את $\text{Jac } R$.

הוכיחו את קבוצתכם.

- שאלה 5. יהי R חוג ויהי $e \in R$ אידידלטר (כלומר $e^2 = e$). הוכיחו כי
- אם $e \in \text{Jac } R$ אז $e = 0$.
(נמס: הגדועה ב- $1-e$).

- שאלה 6. (א) יהי R חוג כך ש- $\text{Jac } R = 0$ ויהי $I \trianglelefteq R$ אידיאל נאי.
- הראו כי $I = 0$.
- (ב) יהי G חבורה סופית ויהי F שדה כך ש- $\text{char } F \nmid |G|$.
(נציג $I = \{ \sum_{g \in G} \alpha_g g \mid \alpha_g \in F \}$). הוכיחו כי $I \trianglelefteq FG$ ו- I נאי.

② העברו הסעיפים 14-17 כדי להוכיח שההחלטה
על סעיף 17, FG, אינו חזק בשל אמירה